

Le nombre Pi (π)

C'est le *rapport* de la circonférence d'un cercle à son diamètre:

$$\pi = \text{Circonférence} / \text{Diamètre}$$

$$\pi = 3,14\ 15\ 92\ 65\ 35\dots$$

Dans l'Antiquité, une approximation simple de Pi était le rapport $22/7 = 3,14\ 28\dots$

Le [disque céleste de Nebra](#), daté de 1800 – 1600 avJC, est circulaire et présente un diamètre évalué à 31,8 cm. Sa circonférence est donc très proche de 1 mètre (100 cm):

$$31,8\text{ cm} \times \pi = 99,90\text{ cm}$$

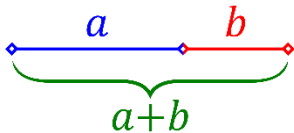
$$31,8\text{ cm} \times 22/7 = 99,94\text{ cm}$$

En faisant effectuer un tour complet du disque sur une surface plane, on pouvait alors obtenir une longueur parcourue pratiquement égale à 1 mètre linéaire...



Le nombre d'or (ϕ/Φ)

Le nombre d'or (ou *divine proportion*) est une *proportion* définie en géométrie comme le rapport a/b entre deux longueurs a et b telles que le rapport de la somme $a + b$ des deux longueurs sur la plus grande (a) soit égal à celui de la plus grande (a) sur la plus petite (b):



$$\phi = (a + b)/a = a/b \quad (a > b) = \Phi$$

$$\phi = 1,61\ 80\ 33\ 98\ 87\dots$$

$$1/\phi = \phi - 1 = 0,61\ 80\ 33\ 98\ 87\dots \quad \phi^2 = \phi + 1 = 2,61\ 80\ 33\ 98\ 87\dots$$

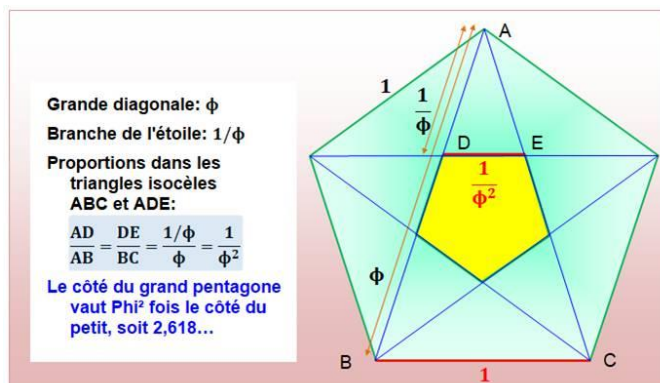
Le nombre d'or (ϕ) et la racine carrée de 5 ($\sqrt{5}$) sont liés par une relation simple: $\phi = (1 + \sqrt{5})/2$

L'étude du pentagone régulier montre que le nombre d'or (ϕ) et Pi (π) sont liés par: $\phi = 2\cos(\pi/5)$



Le [théâtre d'Épidaure](#) (Grèce) contient deux séries de gradins, l'une de 21, l'autre de 34, deux nombres consécutifs de la suite de Fibonacci dont le rapport est proche du nombre d'or:

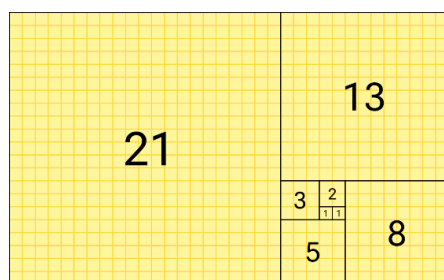
$$34/21 = 1,619\dots$$



La suite de Fibonacci

la [suite de Fibonacci](#), tirant son nom du mathématicien italien Fibonacci, est une suite de nombres entiers dans laquelle chaque nombre est la somme des deux nombres qui le précèdent. Elle commence par les nombres 0 et 1 puis se poursuit avec:

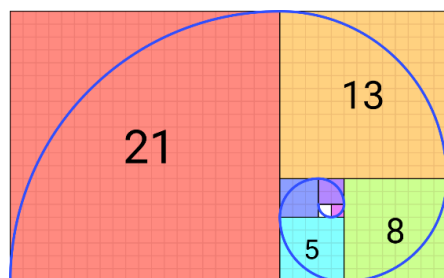
- 1 (comme somme de 0 et 1),
- 2 (comme somme de 1 et 1),
- 3 (comme somme de 1 et 2),
- 5 (comme somme de 2 et 3),
- 8 (comme somme de 3 et 5),
- etc.



Une juxtaposition de carrés dont les côtés ont pour longueur des nombres successifs de la suite de Fibonacci:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946, 17711...

la suite de Fibonacci est liée au nombre d'or ϕ : les quotients de deux termes consécutifs de la suite de Fibonacci sont des approximations du nombre d'or. Par exemple: $21/13 = 1,615...$



La spirale de Fibonacci: une approximation de la spirale d'or formée en traçant des arcs de cercle reliant les sommets opposés des carrés de Fibonacci.

Le nombre d'or : un concept qui remonte à l'Antiquité et qui continue à nous surprendre

<https://www.youtube.com/watch?v=RJ4iCb3qfQg>

Les cinq premières racines carrées

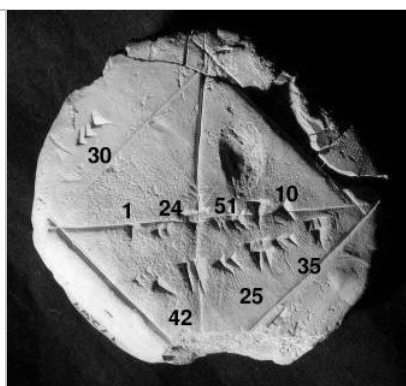
$$\sqrt{1} = 1$$

$$\sqrt{2} = 1,41\ 42\ 13\ 56\ 24...$$

$$\sqrt{3} = 1,73\ 20\ 50\ 80\ 76...$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{5} = 2,23\ 60\ 67\ 97\ 75...$$



$$\sqrt{2}$$

Photographie de la [tablette YBC 7289](#) annotée. Les nombres écrits dans le système babylonien donnent la racine carrée de 2 avec quatre chiffres sexagésimaux significatifs, soit près de six chiffres décimaux:

$$1 + 24/60 + 51/60^2 + 10/60^3 = 1,41\ 42\ 12\ 96...$$

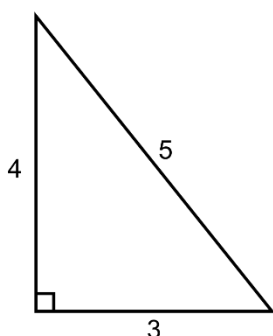
Triangles de Pythagore

Un triangle de Pythagore est un triangle rectangle composé de deux côtés a et b et d'une hypoténuse c. Les trois côtés a,b et c sont des nombres entiers, constituant un triplet de Pythagore (a, b, c) et vérifiant la relation de Pythagore:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Les cinq premiers exemples de ces triplets sont:

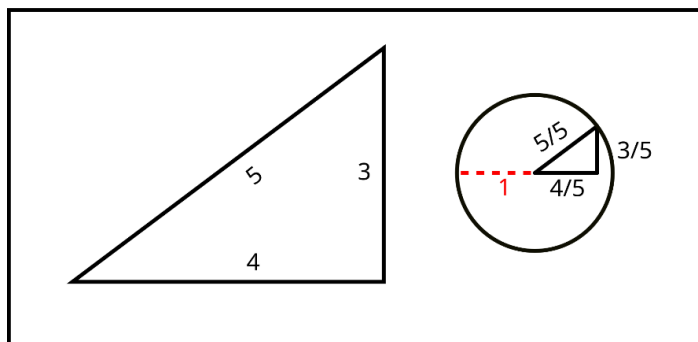
- (3, 4, 5)
- (5, 12, 13)
- (8, 15, 17)
- (7, 24, 25)
- (20, 21, 29)



Triangle (3, 4, 5)

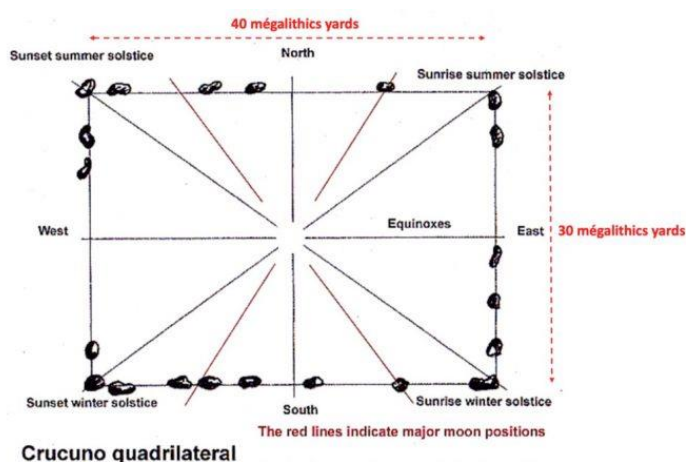
[Tablette Plimpton322](#) (triplets)

On remarquera que l'aire du triangle est la moitié de celle du rectangle de côtés 3 et 4 et vaut donc 6. Ce triangle peut donc être défini par la suite ordonnée de quatre chiffres *consécutifs* (3, 4, 5 ,6).

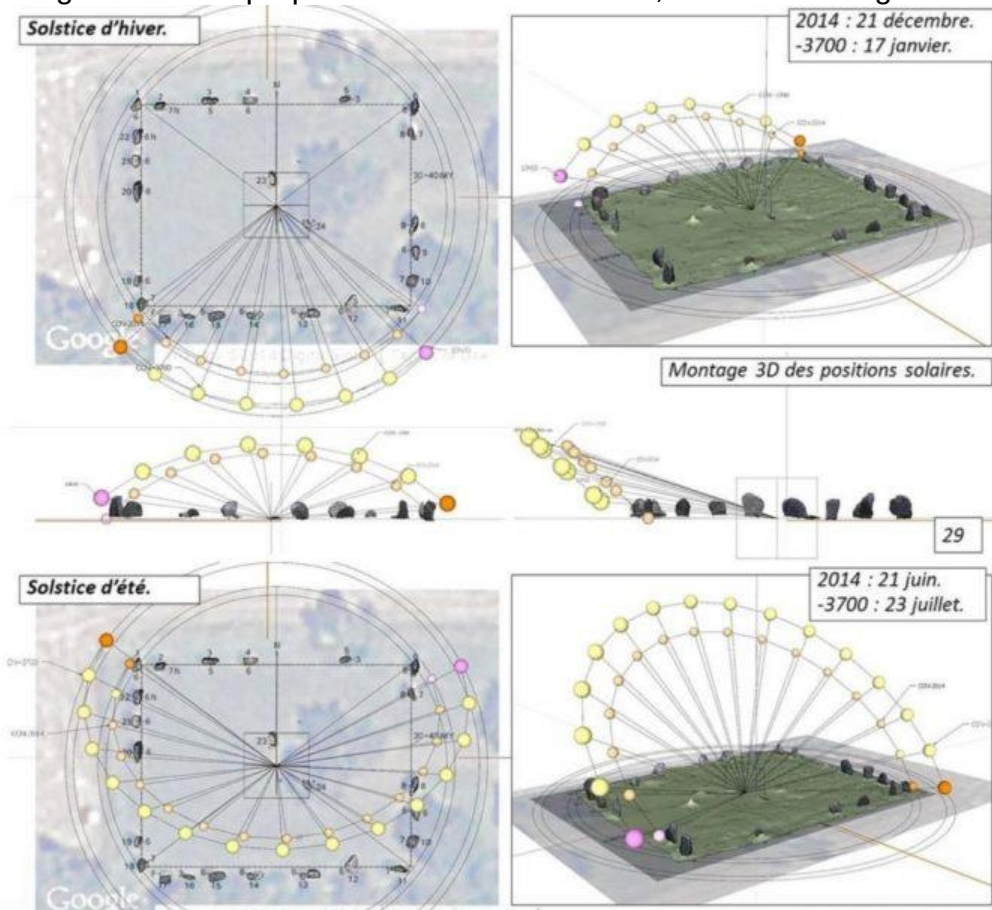


Correspondance entre le triangle (3,4,5) et les points (4/5,3/5) sur le cercle unité: on peut diviser ou multiplier chaque côté par une même valeur, *sans changer la forme du triangle*.

Exemples:

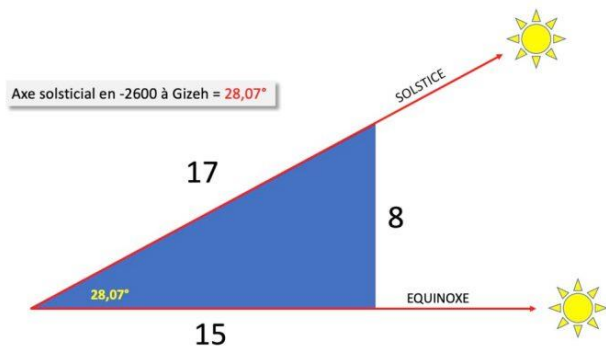


1-Le quadrilatère de Crucuno (à Plouharnel) est un rectangle formé de deux côtés dont les longueurs et diagonales sont proportionnelles aux chiffres 3, 4 et 5. Les diagonales indiquent les axes solsticiaux.



2-L'autre exemple majeur que nous pouvons donner se trouve à Gizeh. À cette latitude, l'astronomie, la géométrie, la coudée royale et les dimensions de la Terre sont associées. À Gizeh, l'angle formé par le soleil lors des solstices correspond à celui d'un triangle rectangle en nombres entiers, il s'agit du (8, 15, 17). Or, à la latitude des grandes pyramides, une seconde d'arc de méridien mesure 30,8 mètres.

Si l'on place 8 unités de 30,8 mètres sur le coté opposé du triangle rectangle et 15 sur le coté adjacent, l'hypoténuse mesure $17 \times 30,8 = 523,6$ mètres, c'est à dire 1000 coudées royales. $28,07^\circ$ est l'angle d'un triangle rectangle en nombre entier, le (8, 15, 17), c'est à dire que l'angle formé entre le côté 15 et l'hypoténuse 17 de ce triangle est de $28,07^\circ = \text{atan}(8/15)$.



Pour approfondir, voir les 6 thèmes du site Epistemea TV:

- <https://tv.epistemea.fr/pages/theme1-la-geometrie>
- <https://tv.epistemea.fr/pages/theme2-la-mesure>
- <https://tv.epistemea.fr/pages/theme3-les-nombres>
- <https://tv.epistemea.fr/pages/theme4-les-cycles-astronomiques>
- <https://tv.epistemea.fr/pages/theme5-musique-vibrations-harmonie>
- <https://tv.epistemea.fr/pages/theme-6-orientations-astronomiques>